

Lösung PROBEKLAUSUR (1. Teil) IM SS 2007 (HM 2)

A1: Berechnen Sie die 1. Ableitung der Funktion f mit $f(x) = \sqrt[2007]{x} \cdot \sin \frac{2007}{x} \cdot \ln \sqrt[2007]{x}$ und fassen Sie soweit als möglich zusammen:

$$f'(x) = \frac{1}{2007x} \cdot \sqrt[2007]{x} \cdot \left\{ \sin \frac{2007}{x} \cdot \left(1 + \frac{\ln x}{2007} \right) - \frac{2007}{x} \cdot \ln x \cdot \cos \frac{2007}{x} \right\}$$

A2: Bestimmen Sie den Wert des bestimmten Integrals J mit $J = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{\cos^2 x}{1 + \sin x} dx$

$$J = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{1 - \sin^2 x}{1 + \sin x} dx = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (1 + \sin x) dx = [x + \cos x]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = \frac{\pi}{2} - 1.$$

$J = 0$

$J = 1 + \pi$

$J = \frac{\pi}{2} - 1$

$J = 2 - \pi$

Bitte Lösung ankreuzen!

A3: a) Lösen Sie die folgende quadratische Gleichung :

$$z^2 + (3 - 2i) \cdot z + (1 - 3i) = 0; z \in \mathbb{C}$$

$z_1 = -1 + i$

$z_2 = -2 + i$

b) Sei $z_3 = \frac{2+3i}{3-2i}$; $z_3 \in \mathbb{C}$ gegeben. Bestimmen Sie zunächst Real- und Imaginärteil dieser komplexen Zahl sowie ihren Betrag und Winkel.

$\text{Re}(z_3) =$ $\text{Im}(z_3) =$ $|z_3| =$ $\varphi =$

Was erhält man für $(z_3)^{2007}$?

A4: Bestimmen Sie mittels Potenzreihenansatz $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ (bis x^4 -Glied) eine näherungsweise Lösung der Dgl $xy' - y^2 = 4x^2 - 1$; $y(0) = -1$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot a_n \cdot x^n - \underbrace{(a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4 + \dots)^2}_{1-2a_1 x + (a_1^2 - 2a_2)x^2 + 2(a_1 a_2 - a_3)x^3 + (a_2^2 - 2a_4 + 2a_1 a_3)x^4 + \dots} = 4x^2 - 1; a_0 = -1$$

also $y = -1 + x^2 + \frac{1}{6} x^4 + \dots$